

基于非线性边际支付意愿的信息产品定价策略研究

周木生^{1,2}, 张玉林¹

(1. 东南大学 经济管理学院, 南京 210096; 2. 南京财经大学 应用数学学院, 南京 210046)

摘要 提出了非线性边际支付意愿假设, 有效地克服了线性假设的缺陷; 通过对消费者行为的分析, 证明了每位消费者都存在理想消费量, 且理想消费量是偏好参数的严格递增函数; 通过对厂商行为的分析, 证明了厂商的版本质量及其对应的价格都是偏好参数的非减函数; 基于消费者和厂商行为的动态博弈分析, 建立了信息产品定价策略的一般变分模型, 并给出模型求解方法和计算结果。模型结果表明, 厂商的最优定价策略是: 对于高端用户, 厂商采取的是最大质量的固定定价策略; 对于低端用户, 厂商采取按质定价策略。该结果对信息产品定价具有一定的指导意义。

关键词 信息产品; 变分法; 欧拉方程; 博弈论

Study of pricing policy of information goods on the basis of nonlinear marginal willingness to pay

ZHOU Mu-sheng^{1,2}, ZHANG Yu-lin¹

(1. School of Economics and Management, Southeast University, Nanjing 210096, China; 2. School of Applied Mathematics, Nanjing University of Finance and Economics, Nanjing 210046, China)

Abstract Firstly, this paper puts forward the assumption of customers' nonlinear marginal willingness to pay, which can overcome the shortcomings of the linear assumption. Secondly, this paper proves that every customer has the strictly increasing ideal consumption. Thirdly, this paper demonstrates both version quality and price for manufacturer are non-decreasing function. Finally, this paper establishes the general variational policy model of information goods using dynamic game theory to analyze the behavior of customers and firms. The result shows that the best pricing policy is that for high-end customers, we can take maximum quality and fixed pricing strategy, while for low-end customers, we should take variable pricing strategy according to the quality. These theories have guiding significance for the information goods' pricing strategy.

Keywords information goods; variational method; Eulerian equation; game theory

1 引言

信息产品, 通常指的是一切可被数字化并且能在互联网上进行交易的商品, 如移动通讯服务、宽带服务、各类数据库产品、软件产品、在线搜索服务等。信息产品的价值主要为数字化内容, 而非物理材质的功能^[1]。Internet 将信息产品与物理载体分离, 使之能够在互联网进行交易^[2]。随着个人计算机的普及以及数字技术和移动通讯的迅猛发展, 大量信息产品如数字电视、移动电话、宽带服务等早已走入寻常百姓家, 而且, 传统的工业产品如保险、金融、零售等正面临着被快速数字化的趋势^[3]。

同物理产品比较, 信息产品最显著的特征是其成本结构: 高沉没成本, 低边际成本。例如, 制作一部影片可能需要耗资数亿美元, 但将这部影片复制在光盘里的成本几乎为零。因此, 传统的边际成本定价法已经不适用于信息产品^[4-6]。

在信息产品市场里, 厂商的生产能力没有限制, 厂商能够以极低的成本无限生产; 即便同一件信息产品, 对不同的消费者可能有不同的效用。这意味着厂商的定价行为只受到消费者效用的约束^[7-9]。因此, 信息产

收稿日期: 2011-11-02

资助项目: 国家自然科学基金 (71171046, 70771026)

作者简介: 周木生 (1971-), 男, 安徽人, 讲师, 博士, 研究方向: 收益管理, E-mail: mysunred@sina.com; 张玉林 (1964-), 男, 江苏人, 教授, 博士生导师, 研究方向: 收益管理, 供应链等, E-mail: zhangyl@seu.edu.cn。

品厂商主要根据消费者对信息产品的效用来定价, 并尽可能多地抽取消费者剩余, 以实现自身收益的最大化。基于消费者效用的定价策略, 是一种价格歧视。现实中, 厂商不可能观察到每个消费者的的具体偏好, 因此实施一级价格歧视是不可行的, 但厂商能够预测到消费者偏好的具体分布, 故通常采取二级价格歧视, 实施版本策略。实施版本策略的前提是厂商能够对旗舰产品(flagship)的质量进行任意的分割^[10-11]。

效用函数是信息产品定价的最核心因素。目前相关的文献, 绝大部分是基于线性效用函数假设。在线性效用函数假设下, Bhargava 和 Choudhary^[12] 研究了信息产品的版本策略, 他认为, 如果失效率函数是非降的, 且顶级产品具有更高的收益成本比时, 信息产品厂商提供单一的顶级产品是最优的; Jing^[13] 研究了信息产品的网络效应, 他认为, 当存在网络效应情况下, 垄断厂商恰好提供高低两个版本是最优的, 其中低版本价格应低于边际成本, 用以提高用户规模和高版本收益; Chen 和 Seshadri^[1] 研究了信息产品的外部性问题, 他认为, 厂商在信息产品开发与定价时, 市场上存在连续异质的外部选择^[14]。在此情况下, 厂商实行两级价格歧视是最有利可图的。具体来说, 就是抛弃质量偏好两端的客户群, 并对中间客户群、低端客户按保留效用定价, 高端客户实行一个普通版本。

线性效用函数假设意味着对特定的消费者而言, 其边际支付意愿是不变的。边际支付意愿指的是消费者增加购买单位质量所增加的支付, 这是边际效用的价值度量。现实中, 消费者的边际支付意愿通常认为是递减的^[14]。本文改进了线性效用函数假设, 并具体做了如下贡献:

- 1) 所有结论都是基于满足一般性质的效用函数得出, 这增加了模型的泛化能力和模型计算结果的普适性^[15];
- 2) 引入偏好参数, 用以反映消费者的异质性, 这比以前的相关文献用边际支付意愿表示消费者异质性更优, 因为一旦边际支付意愿可变, 则消费者差异就无法用可变的指标加以衡量;
- 3) 通过对消费者行为的分析, 证明了每位消费者都存在理想消费量, 且理想消费量是偏好参数的严格递增函数;
- 4) 通过对厂商行为的分析, 证明了厂商的版本质量及其对应的价格都是偏好参数的非减函数;
- 5) 通过对消费者厂商行为的动态博弈分析, 建立了信息产品策略的一般变分模型, 进而得出厂商的最优版本策略。厂商的最优版本策略是: 对于高端用户, 厂商采取的是最大质量的固定定价策略; 对于低端用户, 厂商采取按质定价策略。这对信息产品定价具有一定的指导意义。

论文的其余部分安排如下: 第二部分, 消费者行为分析; 第三部分, 厂商行为分析; 第四部分, 消费者厂商的均衡分析; 第五部分, 结语。

2 消费者行为分析

若厂商实施版本策略, 影响信息产品消费的主要因素有三个, 即消费者个体差异、版本质量以及版本价格。目前相关的文献均以消费者固定的边际支付意愿来描述消费者个体差异。本文假设消费者的边际支付意愿也是可变的。为了刻画消费者的个体差异, 本文引入偏好参数 θ (其中 θ 在 $[0, 1]$ 上取值), 并假设对于确定的消费者, θ 值是常数; 对于不同的消费者, θ 越大, 其相应的边际支付意愿也越大。对于厂商而言, 由于 θ 取值不可观察, 故 θ 是随机变量, 记其在 $[0, 1]$ 上的分布密度函数为 $f(\theta)$ 。

为了便于分析, 记 $s(0 < s \leq \bar{s})$ 表示信息产品的版本质量, \bar{s} 表示最大质量; $w(\theta, s, q)$ 表示 θ 型消费者消费了 q 单位质量为 s 信息产品时的边际支付意愿; $U(\theta, s, q)$ 表示 θ 型消费者消费了 q 单位质量为 s 信息产品时的总的支付意愿。并假设 $w(\theta, s, q)$ 是质量 s 的递增函数, 是消费量 q 的递减函数, 而且存在着一个临界点, 当对消费量超过这个临界点时, 边际支付意愿为负。

显然, 对于给定的质量 s , $w(\theta, s, q)$ 与 $U(\theta, s, q)$ 有如下关系:

$$U(\theta, s, q) = \int_0^q w(\theta, s, x) dx \quad (1)$$

作为理性消费者, 一旦购买了某个版本, 并不是无限消费(因为过量消费, 边际效用为负), 而是按效用最大化原则消费。因此, 给定质量 s , 每个消费者都有一个最优消费量, 不妨记为 $q^*(\theta, s)$, 且满足: $\frac{\partial U(\theta, s, q)}{\partial q} |_{q=q^*(\theta, s)} = 0$, 即:

$$w(\theta, s, q^*(\theta, s)) = 0 \quad (2)$$

此时, θ 型消费者购买质量为 s 信息产品所得效用为 $U(\theta, s, q^*(\theta, s))$ 。

根据以上分析, 可得 $w(\theta, s, q)$ 在满足 $0 < q \leq q^*(\theta, s)$ 时, 具有如下性质:

$$w_1(\theta, s, q) = 0, \quad \forall 0 < \theta \leq 1 \quad (3)$$

$$w_2(\theta, s, q) > 0, \quad \forall 0 < s \leq \bar{s} \quad (4)$$

$$w_3(\theta, s, q) < 0, \quad \forall 0 \leq q \leq q^*(\theta, s) \quad (5)$$

为了进一步分析的需要, 这里假设 $w(\theta, s, q)$ 还满足:

$$w_{12}(\theta, s, q) > 0, \quad \forall \theta \in [0, 1], \quad q \leq q^*(\theta, s) \quad (6)$$

其中 $w_1(\theta, s, q)$ 表示 $\partial w(\theta, s, q)/\partial \theta$, $w_{12}(\theta, s, q)$ 表示 $\partial^2 w(\theta, s, q)/\partial \theta \partial s$, 其它多元函数偏导数计算类似表示, 以后不再说明.

定理 1 (a) 对于任意给定的 s , 有 $\frac{\partial}{\partial \theta} q^*(\theta, s) > 0$ 、 $\frac{\partial}{\partial \theta} U(\theta, s, q^*(\theta, s)) > 0$; (b) 对于任意给定的 θ , 有 $\frac{\partial}{\partial s} q^*(\theta, s) > 0$ 、 $\frac{\partial}{\partial s} U(\theta, s, q^*(\theta, s)) > 0$.

所有定理证明见附录, 以后不再说明. 该定理表明, 对于任意给定的质量, 顾客的理想消费量及其对应的最大支付意愿都是 θ 的严格增函数. 因为 θ 反映的是顾客支付偏好大小, 偏好大的其最大支付意愿也相应大; 对于任意给定的偏好参数, 顾客的理想消费量及其对应的最大支付意愿都是质量的严格增函数.

3 厂商行为分析

假设信息产品垄断厂商仅知道 θ 的分布和 $w(\theta, s, q)$ 的函数形式, 不知道特定顾客的 θ 取值. 厂商可对信息产品按质量进行任意分割, 且分割的成本非常小, 不妨假定为常数 c . 对厂商而言, 定价行为主要考虑两个方面内容: 客户群的选择以及在客户群上制定质量价格组合菜单 (即版本). 不妨记 $[\underline{\theta}, 1]$ 为厂商的待选客户群, $(s(\theta), p(\theta)), \theta \in [\underline{\theta}, 1]$ 表示厂商为 θ 型顾客制定的版本, $s(\theta)$ 为版本质量, $p(\theta)$ 为相应的版本价格.

厂商要确保所拟定的版本得以匹配, 必须满足如下两个约束:

$$U(\theta, s(\theta), q^*(\theta, s(\theta))) - p(\theta) = \max_x U(\theta, s(x), q^*(\theta, s(x))) - p(x), \quad \forall \theta \quad (7)$$

$$U(\theta, s(\theta), q^*(\theta, s(\theta))) - p(\theta) \geq 0, \quad \forall \theta \quad (8)$$

其中 (7) 式表示 θ 型消费者选择的版本 $(s(\theta), p(\theta))$ 是所有选择中的最优选择, 称为激励相容条件 (incentive compatibility condition, 简称 IC 条件); (8) 式表示消费者若购买, 其净剩余不能小于 0, 称为消费者参与约束 (participation constraints, 简称 PC 条件).

由包络定理:

$$\frac{d}{d\theta}[U(\theta, s(\theta), q^*(\theta, s(\theta))) - p(\theta)] = \frac{\partial}{\partial x}[U(\theta, s(x), q^*(\theta, s(x))) - p(x)] \Big|_{x=\theta} \quad (9)$$

即:

$$\dot{p}(\theta) = U_2(\theta, s(\theta), q^*(\theta, s(\theta))) \cdot \dot{s}(\theta) \quad (10)$$

其中 $\dot{p}(\theta)$ 表示 $\frac{dp}{d\theta}$, 其它一元函数求导运算也类似表示, 不再特别说明. (10) 式表明, 给定质量曲线 $s(\theta)$, 价格曲线 $p(\theta)$ 可随之确定.

定理 2 任何满足 IC、PC 的版本 $(s(\theta), p(\theta))$, 有:

$$\frac{ds(\theta)}{d\theta} \geq 0, \quad \frac{dp(\theta)}{d\theta} \geq 0, \quad \frac{dU(\theta, q(\theta)) - p(\theta)}{d\theta} > 0 \quad (11)$$

该定理表明, 偏好参数 θ 越大, 厂商为其提供的版本质量 $s(\theta)$ 也越大, 同时, 对应的版本价格与消费者剩余也随之增加. 换言之, 偏好参数大的消费者, 追求更高的版本质量. 这为厂商进行信息产品定价提供参考.

4 消费者厂商的均衡分析

4.1 版本策略模型

厂商的定价行为与消费者的选择行为可以看作是一个动态博弈过程, 具体为厂商先提出质量价格组合菜单, 消费者再根据效用剩余最大化来选择最优菜单. 该动态博弈可由下述模型表示:

$$\begin{aligned} \max_{s(\cdot), p(\cdot), \theta} \pi &= \int_{\underline{\theta}}^1 (p(\theta) - c) f(\theta) d\theta - c_0 \\ \text{s.t. } &\left\{ \begin{array}{ll} \dot{p}(\theta) - U_2(\theta, s(\theta), q^*(\theta, s(\theta))) \cdot \dot{s}(\theta) = 0, & \forall \theta \in [\underline{\theta}, 1] \\ U(\theta, s(\theta), q^*(\theta, s(\theta))) - p(\theta) \geq 0, & \forall \theta \in [\underline{\theta}, 1] \\ s(\theta) \leq \bar{s}, & \forall \theta \in [\underline{\theta}, 1] \end{array} \right. \end{aligned} \quad (12)$$

其中 c_0 表示一次性开发成本, $\underline{\theta}$ 是普通变量, $s(\theta)$, $p(\theta)$ 是路径变量. (12) 是版本策略的一般变分模型.

对于任意给定的版本 s, p, θ 型顾客的效用为 $U(\theta, s, q^*(\theta, s))$, 且仅为 θ 与 s 的函数, 不妨简记为 $V(\theta, s)$, 即:

$$V(\theta, s) = U(\theta, s, q^*(\theta, s)) \quad (13)$$

根据定理 2, 消费者净剩余 $V(\theta, s(\theta)) - p(\theta)$ 是 θ 的增函数, 故式 (8) 等价为:

$$V(\underline{\theta}, s(\underline{\theta})) - p(\underline{\theta}) = 0 \quad (14)$$

综合 (10)、(13)、(14), 方程 (12) 可简化为:

$$\begin{aligned} & \max_{s(\cdot), p(\cdot), \underline{\theta}} \pi = \int_{\underline{\theta}}^1 (p(\theta) - c) f(\theta) d\theta - c_0 \\ & \text{s.t. } \begin{cases} \dot{p}(\theta) - V_2(\theta, s(\theta)) \cdot \dot{s}(\theta) = 0, & \forall \theta \in [\underline{\theta}, 1] \\ V(\underline{\theta}, s(\underline{\theta})) - p(\underline{\theta}) = 0, & \forall \theta \in [\underline{\theta}, 1] \\ s(\theta) \leq \bar{s}, & \forall \theta \in [\underline{\theta}, 1] \end{cases} \end{aligned} \quad (15)$$

4.2 最优 $\underline{\theta}$ 的确定

给定任意的版本 $s(\theta), p(\theta), \underline{\theta}$ 需使得厂商利润最大化. 令:

$$L = \int_{\underline{\theta}}^1 (p(\theta) - c) f(\theta) d\theta - c_0 + \mu(V(\underline{\theta}, s(\underline{\theta})) - p(\underline{\theta})) = 0 \quad (16)$$

则 $\underline{\theta}$ 使得利润最大化条件为:

$$-(p(\underline{\theta}) - c) f(\underline{\theta}) + \mu(V(\underline{\theta}, s(\underline{\theta})) - p(\underline{\theta})) = 0 \quad (17)$$

解方程 (17), 可计算出最优的 $\underline{\theta}$.

4.3 最优版本 $(s(\theta), p(\theta))$ 的确定

方程 (15) 是一个单侧变分问题模型, 由定理 2, 质量曲线 $s(\theta)$ 是 θ 的非减函数, 故版本质量的右侧极值曲线恒为常数 \bar{s} , 左侧极值曲线由欧拉方程确定. 为了进一步研究的方便, 这里用 $s_l(\theta), s_r(\theta)$ 分别表示版本质量的左右极值曲线, 用 $p_l(\theta), p_r(\theta)$ 分别表示版本价格的左右极值曲线.

令哈密尔顿函数为:

$$H = (p(\theta) - c) f(\theta) + \lambda(\theta)(\dot{p}\theta - V_2(\theta, s(\theta)) \cdot \dot{s}(\theta)) \quad (18)$$

可得:

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial p} = f(\theta), \frac{\partial H}{\partial \dot{p}} = \lambda(\theta), \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\partial H}{\partial \dot{p}} \right) = \dot{\lambda}(\theta) \\ \frac{\partial H}{\partial s} = -\lambda(\theta)V_{22}(\theta, s(\theta)), \frac{\partial H}{\partial \dot{s}} = -\lambda(\theta)V_2(\theta, s(\theta)) \\ \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\partial H}{\partial \dot{s}} \right) = -\dot{\lambda}(\theta)V_2(\theta, s(\theta)) - \lambda(\theta)(V_{21}(\theta, s(\theta)) + V_{22}(\theta, s(\theta))) \cdot \dot{s}(\theta) \end{cases} \quad (19)$$

把上式代入欧拉方程 $\frac{\partial H}{\partial p} - \frac{d}{d\theta}(\frac{\partial H}{\partial \dot{p}}) = 0, \frac{\partial H}{\partial s} - \frac{d}{d\theta}(\frac{\partial H}{\partial \dot{s}}) = 0$, 得:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}(\theta) = f(\theta) \\ f(\theta)V_2(\theta, s(\theta)) + \lambda(\theta)(V_{21}(\theta, s(\theta)) + V_{22}(\theta, s(\theta))) \cdot \dot{s}(\theta) - \lambda(\theta)V_{22}(\theta, s(\theta)) = 0 \end{cases} \quad (20)$$

解出 (20), 可得版本质量的左侧极值曲线 $s_l(\theta)$, 其中 $\underline{\theta} \leq \theta \leq \tau$.

由单侧变分理论可知, 版本质量曲线在临界点 τ 处是连续可导的, 即:

$$s_l(\tau) = s_r(\tau) = \bar{s}, \quad \frac{d}{d\theta} s_l(\theta) \Big|_{\theta=\tau} = \frac{d}{d\theta} s_r(\theta) \Big|_{\theta=\tau} = 0 \quad (21)$$

利用式 (22) 计算出 τ 及 $s_l(\theta)$ 中的待定参数, 综合 (20)、(21), 最优版本质量曲线为:

$$s(\theta) = \begin{cases} s_l(\theta), & \underline{\theta} \leq \theta \leq \tau \\ \bar{s}, & \tau < \theta \leq 1 \end{cases} \quad (22)$$

其中 $s_l(\theta)$ 由 (20) 式确定, 相应的最优版本价格曲线可表示如下:

$$p(\theta) = \begin{cases} p_l(\theta), & \underline{\theta} \leq \theta \leq \tau \\ \bar{p}, & \tau < \theta \leq \bar{s} \end{cases} \quad (23)$$

其中 $p_l(\theta)$ 由(10)式 $\dot{p}(\theta) = V_2(\theta, s(\theta)) \cdot \dot{s}(\theta)$ 确定, $p_l(\theta)$ 中的待定参数和 \bar{p} 由价格极值曲线在临界点 τ 处的连续可导性质确定, 即由

$$p_l(\tau) = p_r(\tau) = \bar{p}, \quad \frac{d}{d\theta} p_l(\theta) \Big|_{\theta=\tau} = \frac{d}{d\theta} p_r(\theta) \Big|_{\theta=\tau} = 0 \quad (24)$$

确定.

至此, 模型(15)的计算已经完成, 模型结果由(22)、(23)表示. 该结果表明, 厂商实施两类定价策略, 即对高端客户群采取最大质量的固定定价策略; 对于低端用户群, 采取的是按质定价策略, 并且, 随着偏好的减少, 厂商提供的质量与价格都相应的减少. 该结果与大多数信息产品定价模式非常相似.

5 结语

本文提出了非线性递减的边际支付意愿假设, 这与经济学基本假设“边际效用递减规律”完全一致, 这有效地克服了线性假设的不足. 消费者行为分析表明, 消费者按激励相容约束和消费者参与约束选择版本, 并且满足这两个约束的版本质量和价格都是偏好参数的非减函数; 每个消费者都有自己的理想消费量, 并且随着偏好参数的增大, 消费者更加重视信息产品的质量. 这两点为厂商制定信息产品价格提供了重要依据.

本文没有构建具体的效用函数, 而是从满足基本性质的一般效用函数出发, 通过对消费者行为与厂商行为的博弈分析, 建立了信息产品定价的变分模型. 这增加了模型的泛化能力和模型结果的普适性. 模型计算结果表明, 厂商的最优定价策略是: 对于高端用户, 厂商采取的是最大质量的固定定价策略; 对于低端用户, 厂商采取按质定价策略. 这对信息产品定价具有一定的指导意义.

本文的研究表明, 多版本定价策略优于单版本定价策略, 厂商分割的版本越多越有利可图. 实践中, 任何信息产品不可能被无限分割, 切实可行的做法是用有限个版本进行近似替代. 这就解释了为什么很多信息产品实施多版本定价策略. 比如 Windows 7 推向市场的有高达六个不同的版本, 分别为 Windows 7 Home Premium, 面向普通的消费者; Windows 7 Professional, 面向电脑爱好者和小型商业用户; Windows 7 Starter, 提供给硬件配置较低的用户, 只能同时运行三个程序; Windows 7 Home Basic, 仅在新型市场销售; Windows 7 Enterprise, 面向大企业客户要求, 拥有出色的安全性能、管理性能等; Windows 7 Ultimate, 面向高端顾客, 拥有全部家庭级和企业级功能. 数学软件 Lingo 软件, 推向市场的版本也有 6 种, 分别为试用版(免费)、求解包(solver suite)、高级版(super)、超级版(hyper)、工业版(industrial)和扩展版(extended), 以满足不同用户的需求.

信息产品定价还涉及很多其它因素, 如网络效应, 外部性, 盗版, 多期购买, 产品升级, 捆定策略等, 本文未作详细讨论, 有待作者进一步的研究.

参考文献

- [1] Chen Y J, Seshadri S. Product development and pricing strategy for information goods under heterogeneous outside opportunities[J]. Information Systems Research, 2007, 18(2): 150–172.
- [2] Varian H, Shapiro C. Information rules: A strategic guide to the network economy[M]. Harvard Business Press, Cambridge, MA, 1998.
- [3] Viswanathan S, Anandalingam G. Pricing strategies for information goods[J]. Sadhana, 2005, 30(2): 257–274.
- [4] Kephart J O, Fay S A. Competitive bundling of categorized information goods[R]. Working Paper, 1999.
- [5] 万国华. 论信息产品的一些经济学特征 [J]. 数量经济技术经济研究, 2000, 17(3): 16–17.
- Wan Guohua. Research on some economics features of information product[J]. Quantitative & Technical Economics, 2000, 17(3): 16–17.
- [6] 童国飚. 信息产品的特质及其定价策略分析 [J]. 外国经济与管理, 2001, 23(4): 31–35.
- [7] 张宇, 唐小我. 信息产品垄断厂商定制策略研究 [J]. 系统工程理论与实践, 2008, 28(7): 49–55.
- Zhang Yu, Tang Xiaowo. Study of information goods monopolist's customization decisions[J]. Systems Engineering — Theory & Practice, 2008, 28(7): 49–55.
- [8] Bakos Y, Brynjolfsson E, Lichtman D. Shared information goods[J]. The Journal of Law and Economics, 1999, 42(1): 117–155.
- [9] Jullien B. Participation constraints in adverse selection models[J]. Journal of Economic Theory, 2000, 93: 1–47.
- [10] Jones R, Mendelson H. Product and price competition for information goods[R]. Working Paper, Stanford University, 1998.

- [11] Moorthy K S. Market segmentation self-selection and product line design[J]. Marketing Science, 1984, 3(4): 288–307.
- [12] Bhargava H K, Choudhary V. Information goods and vertical differentiation[J]. Journal of Management Information Systems, 2001, 18(2): 89–106.
- [13] Jing B. Network externalities and market segmentation in a monopoly[J]. Economic Letters, 2007, 95: 7–13.
- [14] Chen Y J, Seshadri S. Product development and pricing strategy for information goods under heterogeneous outside opportunities[J]. Information Systems Research, 2007, 18(2): 150–172.
- [15] Jelle G A, Reny P J. 高级微观经济理论 [M]. 上海: 上海财经大学出版社, 2001.
Jelle G A, Reny P J. Advanced microeconomic theory[M]. Shanghai: Shanghai University of Finance & Economics Press, 2001.

附录

定理 1 (a) 对于任意给定的 s , 有 $\frac{\partial}{\partial \theta} q^*(\theta, s) > 0$ 、 $\frac{\partial}{\partial \theta} U(\theta, s, q^*(\theta, s)) > 0$; (b) 对于任意给定的 θ , 有 $\frac{\partial}{\partial s} q^*(\theta, s) > 0$ 、 $\frac{\partial}{\partial s} U(\theta, s, q^*(\theta, s)) > 0$.

证明 I. 用反证法, 假设存在一点 θ_1 , 有 $\frac{\partial}{\partial \theta} q^*(\theta, s)|_{\theta=\theta_1} \leq 0$, 则 θ_1 的某邻域内存在一点 θ_2 , 使得当 $\theta_1 < \theta_2$ 时, 有 $q^*(\theta_1, s) \geq q^*(\theta_2, s)$.

由 $q^*(\theta, s)$ 的定义知, $w(\theta_1, s, q^*(\theta_1, s)) = 0$, $w(\theta_2, s, q^*(\theta_2, s)) = 0$.

由 $w_3(\theta, s, q) < 0 (\forall q \geq 0)$ 知, $w(\theta_2, s, q^*(\theta_1, s)) \leq w(\theta_2, s, q^*(\theta_2, s)) = 0$.

由 $w_1(\theta, s, q) < 0 (\forall \theta \geq 0)$, 若 $\theta_1 < \theta_2$, 则 $w(\theta_2, s, q^*(\theta_1, s)) > w(\theta_1, s, q^*(\theta_1, s))$.

故 $0 = w(\theta_2, s, q^*(\theta_2, s)) \geq w(\theta_2, s, q^*(\theta_1, s)) > w(\theta_1, s, q^*(\theta_1, s)) = 0$, 矛盾.

故 $\frac{\partial}{\partial \theta} q^*(\theta, s) > 0$.

II. 由 $U(\theta, s, q) = \int_0^q w(\theta, s, x)dx$, 则 $U_1(\theta, s, q) = \int_0^q w_1(\theta, s, x)dx > 0$.

故对于 $\forall 0 < \theta_1 < \theta_2$, 有 $U(\theta_1, s, q^*(\theta_1, s)) < U(\theta_2, s, q^*(\theta_1, s))$.

由 $U(\theta, s, q^*(\theta, s))$ 的含义知, $U(\theta_2, s, q^*(\theta_1, s)) \leq U(\theta_2, s, q^*(\theta_2, s))$.

故 $U(\theta_1, s, q^*(\theta_1, s)) < U(\theta_2, s, q^*(\theta_1, s)) \leq U(\theta_2, s, q^*(\theta_2, s))$.

故 $\frac{\partial}{\partial \theta} U(\theta, s, q^*(\theta, s)) > 0$.

III. 用反证法, 假设存在一点 s_1 , 有 $\frac{\partial}{\partial s} q^*(\theta, s)|_{s=s_1} \leq 0$, 则 s_1 的某邻域内存在一点 s_2 , 使得当 $s_1 < s_2$, 有 $q^*(\theta, s_1) \geq q^*(\theta, s_2)$.

由 $w_3(\theta, s, q) < 0 (\forall s > 0)$, 则 $w(\theta, s_1, q^*(\theta, s_1)) \leq w(\theta, s_1, q^*\theta, s_2)$.

由 $w_2(\theta, s, q) > 0 (\forall s > 0)$, 则 $w(\theta, s_1, q^*(\theta, s_2)) < w(\theta, s_2, q^*\theta, s_2)$.

则 $0 = w(\theta, s_1, q^*(\theta, s_1)) \leq w(\theta, s_1, q^*(\theta, s_2)) < w(\theta, s_2, q^*(\theta, s_2)) = 0$, 矛盾.

故 $\frac{\partial}{\partial s} q^*(\theta, s) > 0$.

IV. 因为 $U(\theta, s, q^*(\theta, s)) = \int_0^{q^*(\theta, s)} w(\theta, s, x)dx$, 所以有:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} U(\theta, s, q^*(\theta, s)) &= \frac{\partial}{\partial s} \int_0^{q^*(\theta, s)} w(\theta, s, x)dx = \int_0^{q^*(\theta, s)} w_2(\theta, s, x)dx + w(\theta, s, q^*(\theta, s)) \cdot q_2^*(\theta, s) \\ &= \int_0^{q^*(\theta, s)} w_2(\theta, s, x)dx > 0. \end{aligned}$$

定理 2 任何满足 IC、PC 的版本 $(s(\theta), p(\theta))$, 有:

$$\frac{ds(\theta)}{d\theta} \geq 0, \quad \frac{dp(\theta)}{d\theta} \geq 0, \quad \frac{dU(\theta, q(\theta)) - p(\theta)}{d\theta} > 0.$$

证明 对于任意给定的版本 $(s(\theta), p(\theta))$, 顾客的效用为 $U(\theta, s(\theta), q^*(\theta, s(\theta)))$, 故 $U(\theta, s(\theta), q^*(\theta, s(\theta)))$ 仅为 θ 与 s 的函数, 不妨记为 $V(\theta, s)$, 即:

$$V(\theta, s(\theta)) = U(\theta, s(\theta), q^*(\theta, s(\theta))).$$

I. 用反证法证明, 假设存在一点 $\theta_1 \in [\underline{\theta}, \bar{\theta}]$, 使得 $\frac{ds(\theta)}{d\theta}|_{\theta=\theta_1} < 0$, 则 θ_1 的某个邻域内一定存在一点 θ_2 , 使得当 $\theta_1 < \theta_2$ 时, 有 $s(\theta_1) > s(\theta_2)$ 由 θ_1 以及 θ_2 处的 IC 条件可知:

$$\left\{ \begin{array}{l} V(\theta_1, s(\theta_1)) - p(\theta_1) \geq V(\theta_1, s(\theta_2)) - p(\theta_2) \\ V(\theta_2, s(\theta_2)) - p(\theta_2) \geq V(\theta_2, s(\theta_1)) - p(\theta_1) \end{array} \right. \quad (a)$$

$$(b)$$

$$\text{由 (a)+(b) 得: } V(\theta_1, s(\theta_1)) - V(\theta_2, s(\theta_1)) \geq V(\theta_1, s(\theta_2)) - p(\theta_2) - V(\theta_2, s(\theta_2)) - p(\theta_2) \quad (c)$$

令 $H(s) = V(\theta_1, s) - V(\theta_2, s)$, 则 $\partial H / \partial s = V_2(\theta_1, s) - V_2(\theta_2, s)$.

由 $\frac{\partial}{\partial s} V(\theta, s) = \int_0^{q^*(\theta, s)} w_2(\theta, s, x) dx$, 则:

$$\frac{\partial^2 V(\theta, s)}{\partial s \partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} \int_0^{q^*(\theta, s)} w_2(\theta, s, x) dx = \int_0^{q^*(\theta, s)} w_{12}(\theta, s, x) dx + w_2(\theta, s, q^*(\theta, s)) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} q^*(\theta, s).$$

又因为当 $q \leq q^*(\theta, s)$ 时, $w_{12}(\theta, s, q) > 0$, $w_2(\theta, s, q) > 0$, 同时由定理 1, $\frac{\partial}{\partial \theta} q^*(\theta, s) > 0$, 故当 $q \leq q^*(\theta, s)$ 时, $\frac{\partial^2 V(\theta, s)}{\partial s \partial \theta} > 0$, 则 $\partial H / \partial s = V_2(\theta_1, s) - V_2(\theta_2, s) < 0$.

故当 $s(\theta_1) > s(\theta_2)$ 时, 有 $H(s(\theta_1)) < H(s(\theta_2))$.

即 $V(\theta_1, s(\theta_1)) - V(\theta_2, s(\theta_1)) < V(\theta_1, s(\theta_2)) - V(\theta_2, s(\theta_2))$, 与 (c) 矛盾.

故 $\frac{ds(\theta)}{d\theta} \geq 0$.

II. 由 IC 条件: $V(\theta, s(\theta)) - p(\theta) = \max_x [V(\theta, s(x)) - p(x)], \forall \theta$.

由包络定理得: $\frac{d}{d\theta} [V(\theta, s(\theta)) - p(\theta)] = \frac{\partial}{\partial \theta} [V(\theta, s(x)) - p(x)]|_{x=\theta}$, 即 $\dot{p}(\theta) = V_2(\theta, s(\theta)) \cdot \dot{s}(\theta)$.

又因为 $V_2(\theta, s(\theta)) = \frac{\partial}{\partial s} V(\theta, s) = \int_0^{q^*(\theta, s)} w_2(\theta, s, x) dx > 0$, 同时由理论 I: $\frac{ds(\theta)}{d\theta} \geq 0$.

故 $\dot{p}(\theta) = V_2(\theta, s(\theta)) \cdot \dot{s}(\theta) \geq 0$.

III. 因为

$$\frac{d}{d\theta} (U(\theta, s(\theta), q^*(\theta, s(\theta))) - p(\theta)) = \frac{d}{d\theta} (V(\theta, s(\theta)) - p(\theta)) = V_1(\theta, s(\theta)) + V_2(\theta, s(\theta)) \cdot \dot{s}(\theta) - \dot{p}(\theta),$$

由 II 中的包络定理: $\dot{p}(\theta) = V_2(\theta, s(\theta)) \cdot \dot{s}(\theta)$, 则 $\frac{d}{d\theta} (U(\theta, s(\theta), q^*(\theta, s(\theta))) - p(\theta)) = V_1(\theta, s(\theta)) > 0$.